

# PF 스케줄링의 할당 시간 간격에 대한 수리적 모델링

윤성국, 박세웅

서울대학교 전기컴퓨터공학부 뉴미디어통신공동연구소

sgyoon@netlab.snu.ac.kr, sbahk@snu.ac.kr

## Inter-scheduled Distribution of PF Scheduling

Sung-Guk Yoon and Saewoong Bahk

INMC, School of EECS, Seoul National University

### 요약

본 논문에서는 3세대와 4세대 무선 통신 시스템에서 널리 쓰이는 Proportional Fair (PF) 스케줄링에 대한 할당 시간 간격에 관한 수리적 분석을 진행하였다. PF 스케줄링 할당 시간에 대한 수학적 분석을 통해 PF 스케줄링이 확률적으로 어떤 지연을 가지게 되는지에 대한 분석을 수행하였고, 이를 모의실험으로 검증하였다.

### I. 서론

무선통신에서 가장 중요한 자원인 주파수를 최대한 효과적으로 사용하기 위해 Media Access Control (MAC) 계층에서는 기회적인 스케줄링에 대한 연구가 지속해서 수행되어 왔다. 기회적인 스케줄링은 각 사용자의 채널 상태를 보고 그 중에서 목적함수를 최대화시키는 사용자를 고름으로써 네트워크의 효율을 극대화시키는 기법이다. 여러 기회주의적 스케줄링 중 구현하기 쉽고 각 사용자들의 공평한 자원할당을 하려고 하는 Proportional Fair (PF) 스케줄링이 유명하고, 널리 사용된다. PF 스케줄링에 대한 수리적인 분석은 여러 선행연구에서 진행되었다 [1-3]. PF 스케줄링은 다중사용자 다이버시티를 가지는 것으로 또한 유명하며, 기존 연구들에서는 PF 스케줄링의 다중사용자 다이버시티와 수율에 대한 분석을 점근적 분석을 통하여 혹은 확률적인 분석을 통하여 보였다. 한편, [4]에서는 PF 스케줄링이 갑자기 긴 지연을 야기할 수 있어 PF가 TCP와 함께 사용되었을 때 발생할 수 있는 문제에 대하여 언급하였다. 하지만 그 지연이 어떤 형식을 가질 것인지에 대한 분석은 이루어지지 않았다.

본 논문에서는 PF 스케줄링의 자원 할당 시간에 대한 수리적인 분석을 진행하였다. 근래의 무선통신에서는 음성과 데이터의 혼재가 있는 상황이므로 각각에 대하여 Quality of Service(QoS)를 만족시켜줘야 한다. QoS의 중요한 요소인 지연 시간에 대한 분석을 본 연구를 기반으로 진행할 수 있을 것으로 보인다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2장에서는 본 연구가 고려하고 있

본 연구는 지식경제부 및 정보통신연구진흥원의 IT산업원천기술개발사업의 일환으로 수행하였음. [2008-F-007-02, 3차원 환경에서의 지능형 무선 통신 시스템]

는 시스템의 수리적 모델을 제시한다. 3장에서는 PF 스케줄링의 할당 시간을 어떻게 구하였는지에 대한 설명을 할 것이고, 4장에서는 동일한 환경에서의 모의실험 결과를 도시할 것이다. 마지막으로 5장에서 본 논문의 결론을 내린다.

### II. 시스템 모델

시간 슬롯으로 구분되는 하나의 기지국이 있고  $N$ 명의 사용자가 있는 무선통신 시스템을 고려한다. 한 시간 슬롯에는 한 사용자만이 활성화되어 통신할 수 있는 상황이다. 기지국으로부터 각 사용자가 받을 수 있는 신호대잡음비는 i.i.d.한 Rayleigh 페이딩을 따른다고 가정한다. 기지국은 PF 스케줄링 기법을 사용하여 시간 자원을 할당한다. PF 스케줄링의 사용자 선정 기준은 다음과 같다.

$$i^* = \operatorname{argmax}_i \frac{r_{i,t}}{R_i(t-1)} \quad (1)$$

식에서  $r_{i,t}$ 는 사용자  $i$ 가 시간  $t$ 에서 얻을 수 있는 수율이고,  $R_i(t)$ 는 시간  $t$ 까지 사용자  $i$ 가 받은 수율의 평균이다.  $R_i(t)$ 는 일반적으로 다음과 같은 수식으로 얻는다.

$$R_i(t) = \left(1 - \frac{1}{t_c}\right)R_i(t-1) + \frac{1}{t_c}r_{i,t-1}I_i(t) \quad (2)$$

$I_i(t)$ 는 지시 확률변수로서 사용자  $i$ 가 시간  $t$ 에 선택된 경우 1을 가지고, 그 외의 경우는 0을 가진다.  $R_i(t)$ 는 점진적으로 수렴할 것이고 사용자  $i$ 가 임의의 시간  $t$ 에서 선택될 확률은 다음과 같다 [1].

$$P(I_i(t) = 1) = P\left(\frac{r_{i,t}}{R_i(t-1)} > \frac{r_{j,t}}{R_j(t-1)}, \forall j\right) = \frac{1}{n} \quad (3)$$

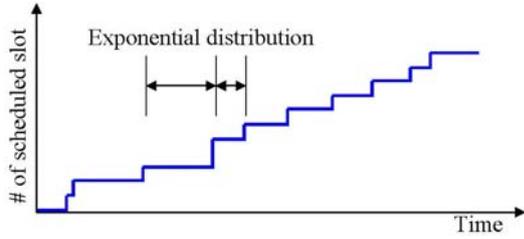


그림 1. 사용자  $i$ 의 시간 자원 할당 그래프

### III. PF 스케줄링 할당 시간

일반적으로 PF 스케줄링에서는  $t_c$ 는 1000 정도의 매우 큰 숫자를 가진다. 따라서 수번의 슬롯 동안 시간 자원을 할당 받지 못한다 하더라도  $R_i(t)$ 가 크게 줄어들지 않고 임의의 사용자  $j$ 가 수번의 슬롯 동안 시간 자원을 독점한다 하더라도  $R_j(t)$ 가 크게 증가하진 않는다. 그러므로 사용자  $i$ 가 임의의 시간 슬롯  $t$ 에서 자원을 할당 받을 확률이  $1/n$ 이고, 그것은 i.i.d.하다고 볼 수 있다. 이항 분포를 가지는 i.i.d.한 확률 변수가 계속된다면, 한 사용자가 자원을 할당 받고 다음 자원을 할당 받기까지 걸리는 시간은 기하 확률 변수의 모습을 띠게 된다.

$$P(X = n) = (1 - p)^{n-1}p \quad (4)$$

$X$ 는 한 사용자가 자원을 할당 받고 다음 자원을 할당 받기까지 걸리는 시간에 대한 확률 변수이고,  $p$ 는 사용자가 자원을 할당 받을 확률이다. 시간 슬롯의 길이를 0으로 무한히 보내고 한 사용자가 시간 슬롯을 할당 받는 것에 대한 예시를 그림 1에서 도시한다. 즉, 한 사용자의 변화를 살펴보면, 그 행동이 포아송 확률 과정을 따른다는 것을 수리적으로 확인할 수 있다 [5].

### IV. 모의실험 결과

본 모의실험에서 고려한 네트워크는 하나의 기지국과 다섯 명의 사용자가 있는 상황을 가정하였고  $t_c$ 는 1,000으로 설정하였다. 모의실험은 약 200,000번의 시간 슬롯 동안 수행하였다. 이는 Mobile WiMAX의 한 시간 슬롯의 길이를 5 msec를 적용한다면 약 1,000 sec의 시간 동안 모의실험 한 것이다. PF 스케줄링 결과는 평균이 4인 기하 확률 변수를 동일한 횟수만큼 몬테카를로 실험한 것과 비교하였다.

그림 2은 PF 스케줄링의 할당 시간 간격을 나타낸다. 가로축은 할당 시간 간격이다. 그래프가 'PF'인 경우 PF 스케줄링 할당 시간 간격이 될 것이고 'GEO'인 경우 평균 4를 가지는 기하 확률 변수의 몬테카를로 실험을 반복한 경우에 나오는 결과 값을 의미한다. 세로축은 모의실험결과 나온 도수의 개수이다. 즉, PF의 경우 해당 스케줄링 할당 간격에 해당하는 경우가 몇 번 나왔는지에 대한 결과 값이고, GEO의 경우도 해당 값이 몇 번 나왔는지에 대한 값이다.

그림에서 확인할 수 있는 것과 같이 PF 스케줄링의 할당 시간 간격은 기하 확률 변수의 결과와 완전히 동일하게 나오는 것을 확인할 수 있다. 즉, 기회주의적 스케줄링의 대표인 PF 스케줄링은 수초의 시간만큼 길게 본다면 일정한 수율을 보장한다고 말할 수 있으나, 짧은 시간 간격으

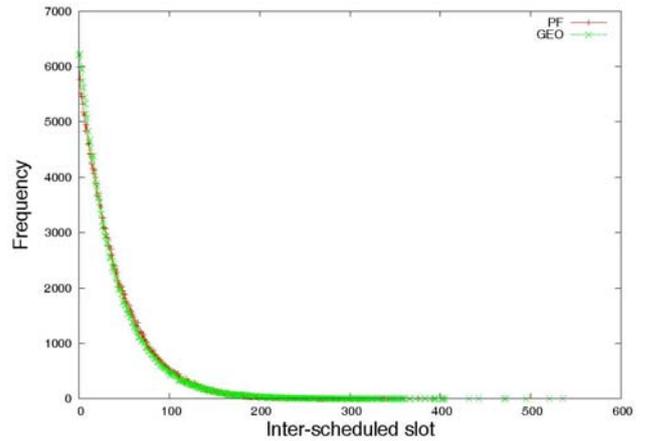


그림 2. PF 스케줄링 주기에 관한 도수분포표

로 본다면 얼마 후에 내가 다시 시간 자원을 할당 받을 수 있을지에 대한 아무런 보장이 없다고 볼 수 있다. 특히나 지수 확률 변수의 무기역 특성을 고려한다면, 한 사용자가 몇 번 시간 자원을 할당 받지 못했다고 해서 이제 할당 받을 확률이 늘어났다고 말할 수 없다.

### V. 결론

PF 스케줄링은 그 구현이 간단하면서도, 사용자 간의 공평한 시간 자원 할당을 이루며, 다중사용자 다이버시티를 얻을 수 있다는 장점이 있어 많은 시스템에서 사용되고 있다. 본 논문에서는 이 PF 스케줄링의 특징 중 할당 시간 간격에 대한 수리적 분석을 수행하였다. 그 결과 PF 스케줄링 할당 시간 간격은 기하 분포를 따름을 확인할 수 있었고, 그것을 모의실험으로도 검증하였다. 기하 확률 변수는 무기역 특성을 가지고 있기 때문에 오랫동안 시간 자원을 할당 받지 못한 사용자에 대한 보상을 해주지 못한다. 그러므로 PF 스케줄링은 QoS를 보장해야 하는 트래픽과 사용하기에 어울리지 않음을 고찰하였다.

### 참고 문헌

- [1] L. Yang and M.-S. Alouini, "Performance Analysis of Multiuser Selection Diversity," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 55, no. 3, May 2006.
- [2] W. Seo, H. Song, J. Lee, and D. Hong, "A New Asymptotic Analysis of Throughput Enhancement from Selection Diversity using a High SNR Approach in Multiuser Systems," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 8, no. 1, Jan. 2009.
- [3] J.-G. Choi and S. Bahk, "Cell-Throughput Analysis of the Proportional Fair Scheduler in the Single-Cell Environment," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 56, no. 2, Mar. 2007.
- [4] T. E. Klein, K. K. Leung, and H. Zheng, "Enhanced Scheduling Algorithms for Improved TCP Performance in Wireless IP Networks," in *Proc. IEEE Globecom 2004*.
- [5] A. Leon-Garcia, *Probability and Random Processes for Electrical Engineering*, 2nd ed., Addison-Wesley, 1994.