

그래프 이론을 통한 송전계통망 최단경로 및 차수 분포 분석

강석구 윤성국  
 송실대학교

Analysis of Shortest Path and Nodal Degree on Power Transmission Line System Using Graph Theory

Seok-Gu Kang, Sung-Guk Yoon  
 Soongsil University

**Abstract** - 전력망은 전력을 목적지로 전송한다는 관점에서 하나의 그래프로 볼 수 있다. 기존의 전력망에서 스마트 그리드로 변화하는데 있어서 각종 정보들을 노드 간에 어떻게 효과적으로 전달하는지가 매우 중요하고, 또한 연결망이 어떻게 구성되어 있는지 파악하기 위해서는 토폴로지 분석이 필요하다. 따라서 그래프 이론을 통해 개체는 노드로, 연결 관계는 링크로 표현하고 적용할 수 있는 여러 알고리즘과 특징들을 이용해 국내 송전계통망의 최단경로 및 차수 분포에 대하여 분석한다.

입력 데이터는 주어진 전력 시스템의 Bus, Branch에 관한 정보이며 그래프 관점에서는 Bus는 노드로 Branch는 링크로 볼 수 있다. IEEE에서 제공하는 미국 송전망 자료와 국내 송전망의 자료는 각각 워싱턴 대학과 전력거래소(KPX)의 웹 사이트에서 구할 수 있다[2-3].

노드의 인덱스는  $i(=1, \dots, n)$ 로 표기하고 Branch는 두 개의 Bus  $i$ 와  $j$  사이에 존재하는 연결선이며 링크와 동일한 의미를 가진다. 예를 들어  $i$ 번 노드와  $j$ 번 노드가 서로 연결되어 있다면 Branch는  $(i, j)$ 로 표현될 수 있다. 또한 각 노드마다 차수(degree) 정보도 필요한데 이는 어떤 한 노드  $i$ 에 연결된 링크 수  $k_i$ 를 의미한다.

1. 서론

개체와 개체 사이에 연결 관계가 있을 때 그 특징을 파악하고 활용하기 위하여 그래프 분석을 기반으로 한 연구가 활발히 진행되고 있다. 특히, 현재 지리학과 교통학, 컴퓨터 과학, 물리 통계학 등에서 널리 적용되고 있으며 복잡한 관계들을 해석하고, 단순화하여 대상간의 관계에 관한 문제를 해결하는 데 있어 가시화하고, 도식화하여 더욱 쉽고, 효율적으로 분석을 가능하게 해준다. 연결망, 즉 네트워크는 노드(node)와 링크(link)로 구성 되는데, 실제 전력 계통망의 연결 구조를 보면 노드와 링크의 관점에서 해석이 가능하다. 예를 들어 모선, 발전소, 변전소 등을 하나의 노드로 서로 간에 연결된 선로들을 링크로 볼 수 있다. 예를 들어 전력 시스템을 분석할 때 그래프 이론(graph theory)과 입사 행렬(incidence matrix)을 이용하여 분석하는 방법이 있다. 전력 시스템의 그물망 구조는 Z 임피던스 행렬(impedance matrix) 또는 Y 어드미턴스 행렬(admittance matrix)과 같은 네트워크 행렬로 나타낼 수 있다[4]. 기존 논문에서는 그래프 이론의 노드와 링크 관점으로 IEEE에서 제공하는 미국 내의 전력시스템 모델과 국내 송전망의 실제 데이터를 가지고 계통망의 토폴로지 특성을 분석하였다[5].

본 논문에서는 추가적으로 각 노드가 가지는 차수를 구하고 어떠한 분포를 따르는지 확률적으로 표현하고, 동시에 다익스트라(Dijkstra) 알고리즘을 이용해서 임의의 두 노드 간의 최단경로를 계산하고 그 값이 가지는 의미에 대하여 분석한다.

2.2 링크-노드 입사행렬 구성

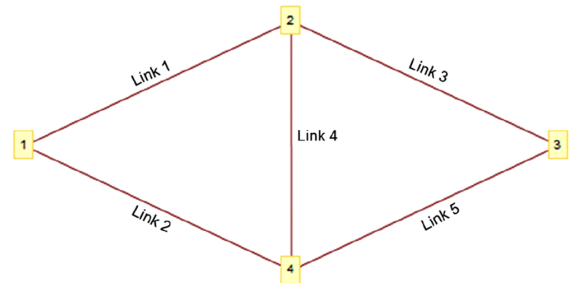
어떤 전력 시스템의 링크 수가  $m$ 개, 노드 수가  $N$ 개 일 때 입력 데이터로부터 링크-노드 입사 행렬  $A$ 를 다음과 같이 정의하며 그 행렬의 크기는  $m \times N$ 이 된다.

$$A: \begin{cases} A(t, i) = 1 \\ A(t, j) = -1 \\ A(t, k) = 0, \text{ with } k \neq i \text{ or } j \end{cases}$$

if the  $t$ -th link is from node  $i$  to node  $j$ .

즉,  $t$ 번째 링크가 노드  $i$ 와  $j$ 사이에 존재한다면 행렬  $A$ 의  $t$ 번째 행에서  $i$ 열과  $j$ 열은 각각 1과 -1의 값을 가지고 나머지 열은 0의 값을 가지게 된다. 이것은 그래프 토폴로지에 관한 정보를 갖고 있다.

예를 들어 <그림 1>은 1번부터 4번까지 4개의 노드와 이를 연결하는 총 5개의 링크로 구성된 시스템을 그래프 모델로 나타낸 것이다.



<그림 1> 그래프 모델로 표현한 시스템

이 시스템의 링크-노드 입사 행렬  $A$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\text{link}(i, j) = \begin{cases} 1st \text{ link: } (1, 2) \\ 2nd \text{ link: } (1, 4) \\ 3rd \text{ link: } (2, 3) \\ 4th \text{ link: } (2, 4) \\ 5th \text{ link: } (3, 4) \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1, -1, 0, 0 \\ 1, 0, 0, -1 \\ 0, 1, -1, 0 \\ 0, 1, 0, -1 \\ 0, 0, 1, -1 \end{bmatrix}$$

2. 본론

2.1 시스템 모델링

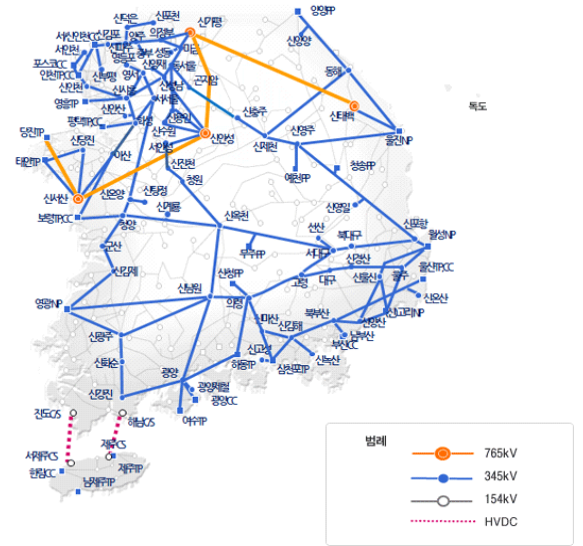
본 논문에서 적용하는 분석 방법 및 파라미터는 참고 문헌[1]의 방식을 따른다. 송전망의 토폴로지를 그래프 이론과 입사행렬을 사용하여 모델링 하였다. 그래프는 노드와 링크로 구성할 수 있다. 송전망에서의 노드란 모선이나 발전기, 주 변압기 등을 의미하고 노드들 사이에서 연결선이 존재할 때 그것을 링크라고 한다.

다음으로 라플라시안 행렬(Laplacian matrix)  $L$ 은  $L=A^T A$ 로 구해질 수 있으며 그 행렬의 크기는  $N \times N$ 이 되고 다음과 같이 정의한다.

$$L(i,j) = \begin{cases} -1, & \text{if there exists link } i-j, \text{ for } j \neq i \\ k, & \text{with } k = -\sum_{j \neq i} L(i,j), \text{ for } j=i \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

<그림 1>에서 구한 행렬  $A$ 를 예로 들면  $L$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$



<그림 2> 국내 345kV, 765kV 송전 계통도 [3]

### 2.3 파라미터 정의

토폴로지 특성을 분석하기 위해서 필요한 기본적인 파라미터들을 다음과 같이 정의한다.

- $N$  : 노드의 수 (네트워크의 크기)
- $m$  : 노드 간에 연결된 총 링크(간선) 수
- $k_i$  : 노드  $i$ 가 가지는 링크 수
- $\underline{k} = [k_1, k_2, \dots, k_N]$  : 각 노드에서의 링크 수 (차수)
- $\langle k \rangle$  : 하나의 노드에서 가지는 링크 수의 평균 값
- $\langle l \rangle$  : 두 노드 간의 최단 경로의 평균

위 파라미터 값들은 라플라시안 행렬  $L$ 을 이용하여 식 (1) - (4)을 통해 구할 수 있다. 예를 들어 식 (3)의  $\text{diag}(L)$ 은  $L$ 행렬의 대각 성분  $L(i,i)$ 을 벡터 형태로 표시하는데 이는 각 노드  $i$ 의 차수를 의미한다.

$$m = \frac{1}{2} \sum_i L(i,i). \quad (1)$$

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_i L(i,i). \quad (2)$$

$$\underline{k} = [k_1, k_2, \dots, k_N] = \text{diag}(L). \quad (3)$$

$$M_{adj} = -L + \Lambda(\text{diag}(L)). \quad (4)$$

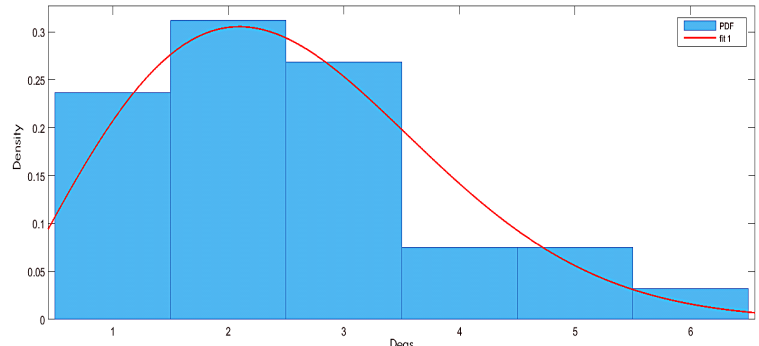
여기서  $\langle l \rangle$ 을 구하기 위해서 행렬  $A$ 의 인접행렬( $M_{adj}$ )과 가중치 행렬, 다이제스트라(Dijkstra) 알고리즘을 이용한다. 여기서 정점과 정점 사이의 간선을 거치는 비용을 가중치(weight)라고 하는데 시작 정점부터 가장 가까운 정점을 선택하고 이를 리스트에 담아 기억하고 있다가 이들 정점들로부터 시작점으로부터의 가중치가 적은 간선 하나만 선택한다. 계속 반복해서 모든 경로를 있게 되면 시작점부터 모든 점까지의 최단경로는 모두 구할 수 있다. 즉, 다이제스트라 알고리즘을 응용하면 한 시작노드로부터 다른 모든 노드 사이의 최단 거리를 구할 수 있다.

### 2.4 토폴로지 특성

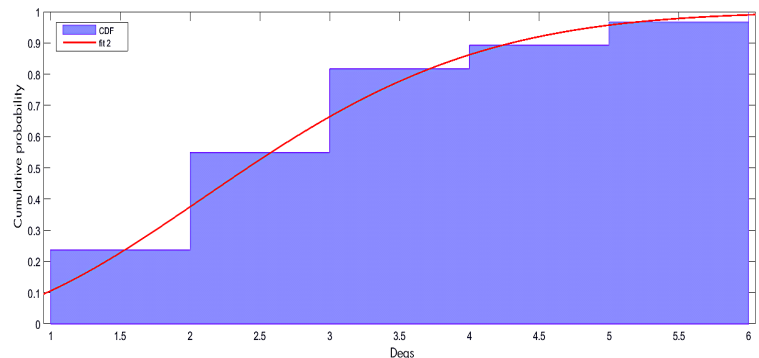
앞에서 정의한 파라미터들을 토대로 IEEE 전력 시스템 모델과 국내 송전 계통도 <그림 2>에 대해 토폴로지 분석을 실시하였다. 국내 송전 계통의 경우는 발 변전소를 포함한 345kV와 765kV 송전선로에 대해 각각 구분하여 분석하였다.

<표 1> 전력 시스템의 토폴로지 특성

	$(N, m)$	$\langle k \rangle$	$\langle l \rangle$
IEEE-30	(30, 41)	2.7333	3.31
IEEE-57	(57, 78)	2.7368	4.95
IEEE-118	(118, 179)	3.0339	6.31
IEEE-300	(300, 409)	2.7267	9.94
국내 345kV 선로	(93, 118)	2.5376	6.86
국내 765kV 선로	(5, 4)	1.6	2



<그림 3> 국내 345kV 선로의 차수 분포도 (PDF)



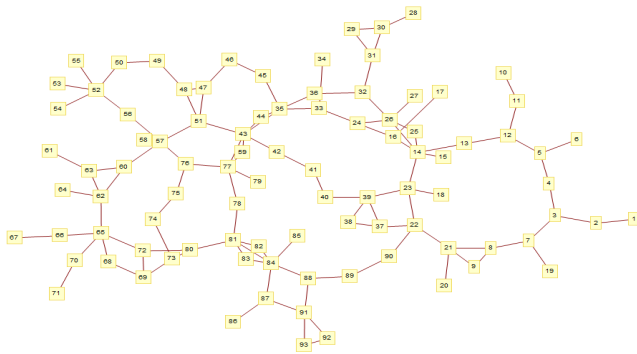
<그림 4> 국내 345kV 선로의 차수 분포도 (CDF)

<표 1>에서 IEEE 30, 57, 118 Bus 시스템은 미국 중서부 지역의 송전망을 나타내고, IEEE 300 Bus 시스템은 미국 북동부 지역인 뉴잉글랜드의 송전망을 나타낸다. 국내 전력계통의 경우는 345kV, 765kV 송전선로에 대해 각각 분석하였다. 미국 송전망에 대한 결과는 참고문헌에서 분석한 결과와 동일함을 확인하였다[1]. 우선 국내 송전망 345kV 시스템은 발전소 22개, 변전소 71개로 총 93개의 Bus가 존재하며 이들 간에 118개의 Branch로 연결되어 있는 구조이다.

위 데이터 중 765kV를 제외한 송전망의 평균 링크 수  $\langle k \rangle$ 는 네트워크의 크기  $N$ 과 상관없이 약 2.5~3 정도로 비슷한 값을 가진다.

〈그림 3〉과 〈그림 4〉는 국내 345kV 송전계통에서 각 노드가 가지는 차수의 분포를 PDF와 CDF 그래프로 나타낸 결과이다. 대부분의 노드들(약 82%)이 1~3개의 차수를 가지고 있으며, 약 18%의 노드들만이 4개 이상의 차수를 가지는 것을 확인할 수 있다. 실제로 2개의 차수를 가지는 노드가 약 31%로 가장 많았고, 그 다음으로는 3개가 약 27%, 1개는 약 24%를 차지하고 있었다.

또한 345kV의 경우에 임의의 두 노드 간의 최단경로의 평균 값  $\langle l \rangle$ 은 6.86으로 나왔다. 이것은 어떤 한 노드에서 다른 모든 노드까지의 최단경로를 각각 모두 구했을 때의 평균 값을 의미한다. 즉, 평균적으로 한 노드에서 약 7개의 링크를 거치게 되면 다른 모든 노드에 도달할 수 있다는 것이고 이는 노드 간에 밀집된 연결 구조를 가지고 있다는 것을 의미한다. 미국 IEEE-118의 경우와 비교해 봤을 때  $\langle l \rangle$ 이 약간 증가한 것을 확인할 수 있다.



〈그림 5〉 그래프 형태로 나타낸 345kV 송전 계통도

〈그림 5〉은 실제 국내 345kV 송전 계통망을 Mathematica를 사용하여 그래프 모델로 재구성한 모습을 보여준다. 그림과 같이 대부분의 연결선이 수도권에 밀집되어 있으며 환상망의 구조를 가지는 것을 확인할 수 있다.

반면 765kV의 경우는 장거리를 수송하기 위한 송전망으로 직선 형태의 그래프 구조를 갖는다. 따라서 파라미터 값이 다른 송전망들과 상이한 것을 확인하였다.

### 3. 결 론

본 논문에서는 그래프 이론과 입사행렬을 이용하여 IEEE 전력 시스템 모델과 실제 국내 송전계통인 345kV와 765kV 선로가 가지는 차수 분포를 확률적으로 계산하였다. 또한 다이제스트라 알고리즘과 인접행렬을 이용하여 어떤 임의의 두 노드 간에 도달할 수 있는 최단경로를 구하고 그 평균값을 확인 하였다. 결과적으로 서로 매우 상이한 값을 가지고 있음을 확인하였다.

765kV는 장거리 전력 전송용으로 단순한 직선 구조를 가지는 반면 345kV는 사고 예방을 위해 환상망으로 구성되어 있고 수도권에 집중되어 좀 더 조밀한 연결이 되어있기 때문이다.

향후에는 결집계수(clustering coefficient)를 추가하면서 동시에 154kV 송전계통과 연계한 심도 있는 분석을 할 예정이다.

#### 감사의 글

본 연구는 미래창조과학부 및 정보통신산업진흥센터의 ICT융합 고급인력과정 지원사업의 연구결과로 수행되었음.  
(IITP-2015-H8601-15-1001)

[1] Zhifang Wang, Anna Scaglione, and Robert J. Thomas, "Generating Statistically Correct Random Topologies for Testing Smart Grid Communication and Control Networks", IEEE Transactions on Smart Grid, Vol. 1, No. 1, pp. 29-30, June 2010  
[2] Washington Univ, <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>  
[3] KPX, [http://kpx.or.kr/KOREAN/servlet/action?index=page&menu\\_idx=270](http://kpx.or.kr/KOREAN/servlet/action?index=page&menu_idx=270)  
[4] 문대성, 김윤성, 원동준, "분산전원과 토폴로지를 고려한 배전계통에서의 전기품질 모니터 위치 선정 기법", Trans. KIEE, Vol. 57, No. 10, p. 1745, October 2008  
[5] 강석구, 윤성국 "국내 송전계통망 토폴로지 분석", 2015년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집, pp. 257-258, 2015